

·学科进展·

# 基于分形理论的岩石节理力学行为研究

谢和平\* 周宏伟

(中国矿业大学岩石力学与分形研究所, 北京 100083)

**【摘要】** 岩石节理是影响工程岩体稳定性的主要因素之一。岩石节理力学行为研究一直是岩石力学界广泛关注的课题。本文总结了分形理论用于岩石节理力学行为研究的研究进展, 主要内容包括: (1) 岩石节理表面几何形态的分形描述, 介绍岩石节理的理论分形模型以及岩石节理表面粗糙度的直接分形量测; (2) 岩石节理力学行为的分形研究, 介绍分形节理接触力学的光弹实验研究, 岩石节理表面粗糙度在载荷作用下的演化规律及其力学性质的实验分析研究, 断层面分形效应的物理模拟研究等。

**【关键词】** 岩石节理, 表面形态, 力学行为, 分形

## 前 言

岩石在形成过程及地质构造运动过程中, 产生了大到断层、褶曲, 小到节理、裂隙的一系列构造形迹, 由于他们的强度、刚度和变形阻力往往比岩石材料低一个甚至几个数量级, 不仅破坏了岩体的完整性, 而且还将严重地影响岩体的力学行为。可以说, 岩体中结构面的空间分布状况及结构面的力学行为是工程岩体稳定性的决定性因素。不仅如此, 工程岩体物理力学参数的尺度效应也与岩体中的结构面有关, 因而, 岩石中结构面力学行为的研究还是能否将岩石的实验室参数推广到工程实际的关键所在。因此, 研究岩石节理的力学行为对于工程岩体稳定性评价、确定地下结构合理支护等工程实际问题具有十分重要的意义, 研究成果在水利、交通、采矿、石油等诸多行业具有广泛的应用前景。

长期以来, 对岩石节理本身力学行为及其对岩体力学行为影响的研究一直是岩石力学理论界和工程界极为关注的研究课题, 这一问题的研究基础是对单一节理面力学行为的研究。众所周知, 岩石节理表面是粗糙不平的, 其表面的几何形态很难用经典的几何语言进行描述。根据表面形态学、磨擦学和接触力学发展起来的岩石节理面描述方法极为复杂, 而且受观测尺度和精度等因素影响, 描述结果缺乏一致性, 在建立节理表面形态与力学行为的定量关系上造成较大困难。近几年来, 我们系统地将分形几何用于描述岩石节理面的形态, 研究岩石节理的力学行为, 在理论和方法上取得了一系列有价值的成果, 并为这些成果的工程应用作了大量的研究, 本文就是我们在这一领域的研究成果总结。

\* 1994年度国家杰出青年科学基金获得者。

本文于1998年1月5日收到。

## 1 岩石节理表面分形描述

大量研究表明, 岩石节理表面的几何形态具有分形特征。因而分形维数作为反映复杂程度的定量指标, 同样可用于定量描述岩石节理表面的粗糙程度。由于分形维数具有无标度特性, 对节理表面几何形态的描述不受观测尺度和精度的影响, 这正是经典几何描述和统计方法所无法比拟的。因而运用分形几何的方法定量描述岩石节理的表面形态具有明显的优越性。

### 1.1 岩石节理表面的理论分形模型<sup>[1-6]</sup>

由于岩石节理表面结构的复杂性, 长期以来, 一直没有理想的定量描述方法。Barton 定义了从 0—20 的 10 种节理粗糙度系数的典型曲线, 后来 Tse 和 Cruden 发展了一个统计意义上的经验关系来估测节理粗糙系数 *JRC* 值。我们在研究中发现, 节理表面形态统计地相似于分形理论中的 Koch 曲线, 可用广义的 Koch 曲线生成元来模拟节理的空间构形。基于此, 建立了一个描述节理面粗糙性的分形模型, 并根据对标准 *JRC* 曲线的回归分析, 得出如下关系:

$$JRC = 85.2671(D - 1)^{0.5679}$$

式中 *D* 为节理表面分形维数。与真实值对比表明, 该式可准确描述出节理表面的粗糙度。

### 1.2 岩石节理表面粗糙性的直接量测方法——投影覆盖法<sup>[7]</sup>

由分形理论描述的 *JRC* 的维数介于 1—2, 而节理表面的实际维数应介于 2—3 之间, 由于无法直接覆盖测量岩石节理表面真实维数, 故在以往的研究中, 人们不得不将这类问题简化为一维问题进行处理, 但这并不能真实反映岩石节理表面的空间构形。为此我们提出了一种新的节理表面量测方法——投影覆盖法 (the projective covering method), 应用无接触激光表面测量技术对岩石节理表面进行直接覆盖。该方法既具有覆盖法的优点, 又克服了普通覆盖法因接触被测表面造成划伤的缺点。

我们应用投影覆盖法对岩石在直接拉伸、三轴压缩、压剪耦合、拉剪耦合作用下形成的断裂表面进行测量, 结果显示, 测定的表面分维值 *D* 确实处于 2 和 3 之间, 这为节理表面粗糙性的分形分析提供了一个新的方法。同时, 还显示出节理表面分维在不同的度量区间具有不同的 *D* 值, 体现了表面自相似性的局域特征即多重分形性质, 而不是简单的自相似分形。并进一步分析了不同载荷作用下形成的节理表面表现出的多重分形谱的形态特征, 结果表明, 不同的外载荷作用下, 产生的节理面的多重分形谱的形态也有所不同, 说明节理表面多重分形谱与岩石破坏机理有明显的对应关系。

通过本项研究发现, 在岩石节理表面的整个范围内, 仅用一个取决于整体性质的分形维数并不能完全描述节理表面粗糙性的局部特征。也就是说, 在岩石节理表面的范围内, 并不存在一个普适的分形维数。对岩石节理而言, 其局部特征的奇异性是非常重要的, 它往往是节理力学行为的主要影响因素之一, 因此应该考虑用一个谱函数而不是一个分形维数来描述不同层次的局部特征, 从系统的局部特征出发来研究其最终的整体特征。

## 2 岩石节理力学行为的实验研究

节理在受载过程中表现出的变形、强度、刚度性质是一个十分复杂的力学问题, 既有接

触力学效应,又有摩擦效应,是接触和摩擦相互耦合的问题。由于岩石节理的表面形态十分复杂,即使发展较为成熟的经典弹性接触理论也很难解决这类复杂问题,因而借助实验的方法进行研究不失为一种有效手段。

## 2.1 分形节理接触力学的光弹实验研究<sup>[8-10]</sup>

岩石在破坏前可视为弹性体,因而可借助光弹性实验研究岩石节理的接触力学行为。分形维数可作为描述岩石节理表面粗糙度的定量指标,表面越粗糙,分形维数越大。鉴于此,我们根据岩石节理粗糙度的特点,用 Mandelbort-Weierstrass 函数生成不同维数的分形曲线来模拟实际的粗糙节理面,然后将这些分形曲线构造在光弹材料中,制成分形节理模型,进行单向压缩和压剪耦合载荷下加载实验。通过拍摄应力光图和考察接触点的变化,研究了节理应力场变化、最大剪应力位置分布以及接触点数目随节理面分形特征变化的关系。

### (1) 单向压缩下分形节理应力场分析

最大剪应力是岩石节理最重要的力学参数之一,对一系列单压载荷下的实验数据进行回归分析,可得到最大剪应力  $\tau_{\max}$  与分维  $D$  的经验关系式为:  $\tau_{\max} = -aD^4 + bD^3 - cD^2 + dD - e$ , 式中  $a, b, c, d, e$  为与材料和加载方式有关的参数。

### (2) 压剪作用下分形节理应力场分析

压剪作用下分形节理力学行为比单压下的力学行为要复杂得多。研究发现,最大剪应力随分形维数呈双曲线规律变化,线性上升至峰值后  $\tau_{\max}$  将随  $D$  的增加而减小。最小二乘法分析可得到其回归方程为:  $\tau_{\max} = 1/(mD^2 - gD + h)$ , 式中  $m, g, h$  为常数。分析发现,  $\tau_{\max}$  并不总是随节理粗糙度增加(即维数增加)而增大,在维数小的情况下,节理的  $\tau_{\max}$  与  $D$  间有近似正比关系,当  $\tau_{\max}$  达到峰值后,反而随维数的增加而减小。

### (3) 法向应力对分形节理剪切强度的影响

根据单压节理的实验结果回归分析,  $\tau_{\max}$  与法向应力  $F_n$  符合线性关系,其一般形式为:  $\tau_{\max} = AF_n + B$ , 式中  $A, B$  为常数。

### (4) 分形节理接触点数目

根据光弹实验结果,不论是单压还是压剪加载,随节理粗糙度(分维)的增加,粗糙节理产生的接触点数目  $N$  比较光滑(维数小)节理的多,且  $N$  与节理的  $D$  之间呈非线性关系。随着外法向载荷的增加,维数大的节理将产生更多的新接触点,维数小的节理则表现为原来的接触点向侧面扩散。

上述研究表明:(1)在单压情况下,  $\tau_{\max}$  与  $D$  成非线性正比关系;而在压剪情况下,  $\tau_{\max}$  与  $D$  成非线性反比关系;(2)对于维数较小(较为平坦)的节理,随着载荷的增大,最大剪应力点的位置基本不变,而对于维数较高(非常粗糙)的节理,随载荷的增大,最大剪应力点的位置发生明显改变;(3)分形节理面接触主要呈点接触方式,接触点数随载荷和  $D$  的增大均呈非线性关系增加。

## 2.2 岩石节理变形性质与表面粗糙度演化的实验研究<sup>[11-13]</sup>

为了研究真实岩石节理表面在受载过程中的演化规律,可设计一组岩石节理破坏实验。通过间接拉伸法在岩石试件中人为制造节理面,首先用激光表面仪对节理表面的形态进行测量,然后将断裂的岩石试件重新嵌合在一起,进行压剪实验,测量其变形性质和强度特征。实验后,再次用激光表面仪测试节理表面的几何形态,并进一步分析节理表面粗糙度的演化

特征。

根据激光表面仪测得的岩石节理表面的位形曲线,可定义一个描述节理表面凸台(asperity)高度  $z(x)$  的增量函数:

$$V(r) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} [z(x_i+r) - z(x_i)]^2$$

式中  $z(x_i)$  是节理微凸体在  $x_i$  处的高度,  $r$  是两样点间隔距离,  $N$  为总的取样点,  $j$  是  $r$  间距内取样点数。该函数实际上反映了节理表面的起伏程度,即粗糙程度。对同一测线,改变  $r$ ,可获得不同的  $v(r)$ 。对于自仿射的岩石节理表面,  $v(r)$  与  $r$  在双对数图中呈线性关系,节理表面的分形维数由线性段的斜率确定。用  $A$  表示曲线在  $v(r)$  坐标轴上的截距。

研究发现,截距  $A$  与岩石节理面波形的坡度密切相关。 $A$  值越大,波形坡度越陡。另外,根据规则等高三角形系列剖面图及对应的增量对数曲线也可以看出,同一维数的断裂表面结构可以有多种形态(即波形),而多种表面结构形态就必然会产生不同的力学效应:

(1) 法向变形。研究表明,分形维数  $D$  越大或截距  $A$  越小,岩石节理的法向变形刚度越大,即节理面细观结构越不规则,或表面波形坡度越平缓。尤其是当法向力较大时(剪切角  $\theta$  较大),  $D$  和  $A$  对岩石节理法向变形刚度的这种影响越为明显。

(2) 切向变形。岩石节理的切向变形同时取决于  $D$  和  $A$ , 并且对  $A$  的依赖程度大于对  $D$  的依赖。当  $D$  从 1.4 变化到 1.6, 岩石节理的切向变形刚度在剪切角较低时几乎不变。可见,仅一个分维值不足以描述和确定节理粗糙度与力学性质间的关系,  $A$  是一个更重要的影响参数。节理的切向刚度随  $A$  的增大而增大。因而,  $D$  和  $A$  是描述节理面粗糙程度对力学行为影响的两个独立参数<sup>[11]</sup>。

(3) 抗剪强度。岩石节理的抗剪强度首先取决于法向力的大小,节理面的分维  $D$  和截距  $A$  的影响是第二位的,而且  $D$  和  $A$  交叉影响岩石节理的抗剪强度。综合考虑法向力  $F_n$ 、岩石单轴抗拉强度,  $D$  和  $A$  的影响,可以得到岩石节理的剪切强度经验公式<sup>[11]</sup>。实测的岩石节理抗剪强度与该经验公式计算的结果非常吻合。

(4) 岩石节理表面粗糙度的演化规律。 $D$  和  $A$  的演化有如下规律:(a) 初始分维  $D_0$  和截距  $A_0$  越大,  $D$  或  $A$  值下降越快;(b)  $F_n$  越大,  $D$  和  $A$  值下降越多;(c) 岩石抗拉强度越大,  $D$  和  $A$  值变化越小;(d) 剪切距离越长,  $D$  和  $A$  值下降越多,但下降速率明显减慢。根据综合分析,得出了描述岩石节理在剪切过程中表面粗糙度分形演化的经验公式<sup>[11]</sup>。

### 2.3 岩石节理分形模型的相似材料模拟实验研究<sup>[14]</sup>

上面提及的岩石节理受力过程中变形和强度性质具有十分广泛的工程应用背景。例如在煤矿开采中,煤层开采引起的上覆岩层大范围移动和地表沉陷是制约我国煤炭企业发展的主要技术问题之一,开采沉陷的研究对环境保护和矿区的可持续发展具有十分重要的意义。在影响开采沉陷的诸多因素中断层是一个至关重要的影响因素。我们认为,断层对开采沉陷的影响与节理对岩石变形性质的影响从机理上来看是相似的,因而在研究这一工程问题时可借鉴节理力学行为的一些研究成果。由于断层带的强度和抗变形刚度比周围岩体强度小得多,当受到开采影响时,很容易沿断层面产生滑移,即断层活化,在地表产生不连续下沉,使地表建筑物遭受严重破坏。长期以来,人们在研究断层的影响时,一般都是将断层面简化为平面,但实际上的断层表面是粗糙不平的。为了研究断层表面粗糙程度对地表不连续下沉的影

响,我们结合上面研究的节理力学行为,用相似材料模拟实验进行了系统研究。研究表明,与岩石节理表面一样,断层表面具有自仿射分形特征。为此,用 Mandelbort-Weierstrass 函数构造了5条自仿射分形曲线来模拟断层表面的粗糙程度,然后将这些曲线生成在物理模型中,通过模拟井下实际的开挖过程来考察断层活化对地表下沉的影响。本项研究共进行了5个物理模型实验,模拟的断层面的分形维数分别为1.1, 1.2, 1.3, 1.4和1.5,采用的线比为1:100。当模型开挖距离为60cm时,开采已引起断层活化,此时观测模型地表的水平移动与垂直移动,并将观测结果进行分析。研究发现:(1)断层在采动影响下的活化受其表面几何形态的影响,含有分形维数较小断层面的模型中,覆岩破坏比较迅速,移动比较充分,弯曲带内的离层最终表现为不发育,而含分形维数较大断层面的模型中,覆岩破坏和移动表现为较前者缓慢和不充分,弯曲带内的离层最终表现为较发育;(2)断层导致地表不连续变形,断层两盘的位移落差 $H$ 、地表最大下沉值 $W_{\max}$ 都与断层表面的粗糙程度即分形维数有关。在本项目的研究条件下, $H$ 、 $W_{\max}$ 与断层面分形维数 $D$ 之间存在回归关系:

$$H = 1528.5D^2 - 4654.29D + 3602.1, \quad W_{\max} = 1200D^2 - 5832D + 4094$$

上述研究表明,地表不连续下沉与断层面的粗糙程度有关,然而现场实际生产中断层面的粗糙度却是很难直接测定的。为此我们结合断层面表面形态的自相似和自仿射特征,应用分形插值理论构造了整个断层面表面的几何形态。这种分形插值的方法可根据断层露头和井下巷道揭露的断层的局部信息来推测整个断层面的信息,保证了理论上的严谨性、方法上的可靠性和实际操作上的可行性,不仅如此,其误差的评价也是准确的,为客观评价和预测因断层造成的地表不连续沉陷提供了必要的理论基础。

### 3 结语与展望

岩石是一种特殊的地质材料,它既不是离散介质,也不是连续介质。近来的研究表明,岩石的宏、细、微观结构和力学行为都表现出明显的非线性特征<sup>[15]</sup>,其主要原因就是岩石中节理、裂隙等初始几何损伤的存在。对节理力学行为研究的重要性已在世界范围内形成共识,由于节理空间分布的复杂性和随机性以及对力学行为影响的复杂性,尽管各国学者和工程师进行了大量的研究工作,但目前还远谈不上完善,还不能满足指导岩土工程设计的需要。

研究岩石节理力学行为的目的是建立岩石这种孔隙与破断介质的失稳破坏的几何准则、物理准则和工程准则,因而我们将在以后的研究中重点研究两个方面的内容:(1)基于多重分形理论的岩石节理表面形态的演化特征、力学行为及其工程应用;(2)含裂隙网络岩体的变形性质、本构关系、强度特征及其工程应用。

### 参 考 文 献

- [1] 谢和平. 大理岩微观断裂的分形(fractal)模型研究. 科学通报, 1989, 34(5): 365—370.
- [2] 谢和平. 分形几何及在岩土力学中的应用. 岩土工程学报, 1992, 14(1): 14—24.
- [3] Xie H. Fractals in Rock Mechanics. A. A. Balkema Publishers, Netherlands, 1993.
- [4] 谢和平, Parisseau W G. 岩石节理粗糙系数(JRC)的分形估计. 中国科学. 1994, 24(5): 524—530.

- [5] 谢和平. 岩石节理的分形描述. 岩土工程学报, 1995, 17 (1): 18—23.
- [6] 谢和平著. 分形-岩石力学导论. 北京: 科学出版社, 1996.
- [7] 谢和平, 王金安. 岩石节理(断裂)表面的多重分形性质. 见: 冯长根等主编, 非线性科学的理论、方法和应用, 北京: 科学出版社, 1997, 65—72.
- [8] Xie H, Xie W H, Zhao P. Photoelastic study on the mechanical properties of fractal rock joints. *Fractals*, 1996, 4 (4): 521—531.
- [9] Xie H, Wang J-A, Xie W H. Fractal effect of surface roughness on the mechanical behavior of rock joints. *Chaos, Solitons & Fractals*. 1997, 8 (2): 221—252.
- [10] Xie H, Wang J A, Xie W H. Photoelastic study of the contact mechanics of fractal joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1997, 34 (5): 865—874.
- [11] 王金安, 谢和平, M. A. Kwasniewski. 剪切过程中岩石节理粗糙度分形演化及力学特征. 岩土工程学报, 1997, 19 (4): 2—9.
- [12] 王金安, 谢和平, M. A. Kwasniewski. 应用激光技术和分形理论测量和描述岩石断裂表面粗糙度, 岩石力学与工程学报, 1997, 16 (4): 354—361.
- [13] 王金安, 谢和平, M. A. Kwasniewski. 岩石节理在剪切中表面损伤的分形演化. 力学与实践, 1997, 19 (4): 56—58.
- [14] 谢和平, 于广明. 采动影响下岩层大范围移动规律的分形及损伤力学研究. 见: 谢和平主编, 非线性力学理论与实践, 徐州: 中国矿业大学出版社, 1997, 191—199.
- [15] 谢和平, 刘夕才, 王金安. 关于21世纪岩石力学发展战略的思考. 岩土工程学报, 1996, 18 (4): 98—102.

## RESEARCH ON MECHANICAL BEHAVIORS OF ROCK JOINTS BASED ON FRACTAL THEORY

Xie Heping     Zhou Hongwei

(*Institute of Rock Mechanics and Fractals, China University of Mining and Technology, Beijing 100083*)

**Abstract** Rock joint is one of the major factors which affects the stability of engineering rocks. In past decades, extensive efforts have been devoted to the study of the mechanical behaviors of rock joints. In this paper, the applications of fractal geometry to study of mechanical behavior of rock joints are reviewed. Applications of fractal in this area can be grouped into two categories: (1) fractal description of morphology of rough surface of rock joints; (2) fractal study of mechanical behaviors of rock joints. The photoelastic study of contact mechanics of fractal rock joints, the experiments of the evolution of roughness and mechanical behavior of rock joints under applied loads and the physical model experiments of fractal effects of fault are mainly introduced.

**Key words** rock joints, surface morphology, mechanical behavior, fractal